

Fiche descriptive – Capsule orientante

Collège Shawinigan - Programme Sciences de la nature

Réalisée par Marie-Christine Bélanger

Cours concerné

Calcul différentiel et intégral III

Profession présentée

Professeur à l'Université Laval et directeur de recherches

Concept exploré

Résolution d'un système d'équations différentielles sur un système prédateurs-proies

Moment où présenter la capsule

Au moment jugé opportun par l'enseignant

Lien hypertexte vers la capsule

<https://youtu.be/jh8V2ZJ0-nk>

Question défi

Équations différentielles couplées

$$\begin{cases} \frac{du}{dt} = u(1-u) - \frac{uv}{u+h} \\ \frac{dv}{dt} = k \frac{uv}{u+h} - mv \end{cases}$$

***u**: concentration de phytoplancton
(nombre de naissances)*

***v**: concentration de zooplancton
(nombre de naissances)*

***h, k, m** : paramètres décrivant les ressources disponibles, le taux de prédation ainsi que le taux de mortalité des espèces en cause*

1. Résoudre l'équation différentielle concernant seulement *u*, sans facteurs environnementaux

$$\frac{du}{dt} = u$$

Qu'est-ce que vous observez?

2.
$$\frac{du}{dt} = u(1-u)$$

Qu'est-ce que vous observez?

Réponse à la question défi

Voir annexes

Présentation de la profession (description des tâches, salaire, etc.)

Professeur(e) d'université

Personne qui, dans un établissement d'enseignement universitaire, donne des cours à la clientèle étudiante dans le but de la préparer à exercer une profession de façon compétente et qui fait également de la recherche en vue de faire avancer les connaissances dans son champ de spécialisation.

- Enseigne une ou plusieurs matières de niveau universitaire aux étudiants de premier cycle et d'études

supérieures.

- Prépare et donne des cours, dirige les séances de travaux pratiques en laboratoire et les discussions de groupe.
- Prépare, supervise et corrige les examens, les travaux pratiques et les rapports.
- S'occupe de l'encadrement des étudiants, en les conseillant, en dirigeant des thèses, en donnant des conseils sur les questions concernant les recherches et en les orientant dans leurs activités universitaires.
- Exécute des recherches dans son champ de spécialisation, publie les résultats de ses recherches dans des livres ou des revues scientifiques et donne des conférences s'y rapportant partout dans le monde.
- Fait partie, au besoin, des comités de professeurs qui traitent de questions telles que l'élaboration des programmes, les conditions d'obtention des diplômes, l'évaluation des demandes de subventions de recherche, etc.
- Fournit, s'il y a lieu, des services de consultation professionnelle au gouvernement, à des entreprises du secteur privé et à des particuliers.
- Peut superviser les chargés de cours et les auxiliaires de recherche.

Champs d'action

Spécialisation dans un domaine particulier (ex.: biologie, chimie, économie, sociologie, administration, droit, histoire, etc.); recherche.

Salaire

Entre 33 000\$ et 400 000\$

Champs d'intérêts

- Aimer accomplir des tâches de création artistique.
- Aimer lire, rédiger, communiquer, oralement ou par écrit.
- Aimer communiquer avec les gens pour les convaincre, les persuader.
- Aimer gagner l'estime des autres, diriger des personnes.
- Aimer comprendre les phénomènes et résoudre les situations problématiques.
- Aimer travailler en contact avec des personnes ou les aider.

Qualités personnelles priorisées

- Autonomie
- Capacité d'écoute
- Curiosité intellectuelle
- Diplomatie
- Discipline
- Dynamisme
- Esprit critique
- Esprit d'analyse
- Esprit de synthèse
- Facilité à communiquer
- Leadership
- Ouverture d'esprit
- Persévérance
- Résistance au stress
- Rigueur
- Sens de l'organisation
- Sens des responsabilités

Précisions sur les voies de formation

Le diplôme de doctorat dans la discipline enseignée est généralement exigé.

L'affiliation à une association ou à un ordre professionnel peut être exigée pour les professeurs qui enseignent dans des domaines où le champ d'exercice est réglementé.

Sources : REPÈRES

Statistiques intéressantes sur la profession

Les perspectives d'emploi sont favorables pour l'ensemble des régions du Québec.

Plus précisément, pour les régions de Montréal et Québec les perspectives sont favorables et pour la région de la Mauricie, les indices d'emploi sont acceptables.

Mode de présentation de la capsule (description du parcours de l'enseignant, question de réflexion, etc.)

À déterminer par l'enseignant.

Annexes

Question 1 - Solution

$$\text{Résoudre } \frac{du}{dt} = u$$

$$\Leftrightarrow \int \frac{du}{u} = \int dt$$

$$\Leftrightarrow \ln|u| = t + C_1$$

$$\Leftrightarrow u = e^{t+C_1}$$

$$\Leftrightarrow u = C \cdot e^t$$

$$\boxed{u(t) = C \cdot e^t}$$

Solution générale

On remarque donc que la concentration de phytoplancton augmente de façon exponentielle en fonction du temps t . La valeur de la constante C sera déterminée par les conditions initiales du problème qui donneront les paramètres décrivant les ressources disponibles.

Question 2 - Solution

2)

$$\frac{du}{dt} - u = -u^2$$

Equation diff. de Bernoulli

$$\frac{dy}{dx} + P(x) \cdot y = Q(x) \cdot y^n$$

$$\frac{du}{dt} + P(x) \cdot u = Q(x) \cdot u^n$$

$$\begin{cases} P(x) = -1 \\ Q(x) = -1 \\ n = 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{u^2} \cdot \frac{du}{dt} - \left[\frac{1}{u} \right] = -1$$

Posons : $y = u^{-1} \Rightarrow \frac{dy}{dt} = -1u^{-2} \cdot \frac{du}{dt}$

$$\Rightarrow \frac{du}{dt} = -u^2 \frac{dy}{dt}$$

Nouvelle equation

$$\Leftrightarrow \frac{1}{u^2} \cdot \left[-\frac{du}{dt} \right] - y = -1$$

$$\Leftrightarrow -\frac{dy}{dt} - y = -1$$

$$\Leftrightarrow \frac{dy}{dt} + y = 1$$

equation à variables séparables
ou

equation linéaire

$$\frac{dy}{dt} + y = 1$$

équation linéaire

$$\text{facteur intégrant} = e^{\int 1 dt} = e^t$$

$$e^t \frac{dy}{dt} + e^t \cdot y = e^t$$

$$\Leftrightarrow \underbrace{e^t dy + e^t y dt}_{\text{différentielle totale}} = e^t dt$$

$$\Leftrightarrow \int d(e^t \cdot y) = \int e^t dt$$

$$\Leftrightarrow e^t \cdot y = e^t + C$$

$$\Leftrightarrow e^t \cdot \boxed{u'} = e^t + C$$

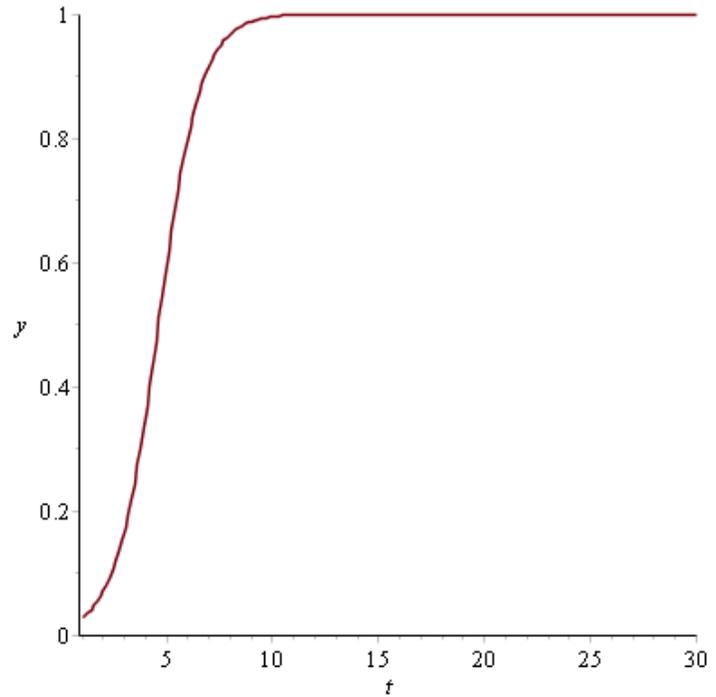
$$\Leftrightarrow \boxed{u(t) = \frac{e^t}{e^t + C}}$$

Solution générale

Un exemple est présenté ici avec la fonction $u(t) = \frac{e^t}{e^t + 100}$.

$$u := t \rightarrow \frac{e^t}{e^t + 100}$$

```
> grapheu := plot(u(t), t = 1 .. 30, y = 0 .. 1) :  
>  
> display(grapheu);
```



On remarque qu'il y a une augmentation de la concentration de phytoplancton $u(t)$ jusqu'à une certaine valeur de t , puis cette concentration stagne et demeure stable à partir de cette valeur de t .